



SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

SEMESTRAL
UNI



GEOMETRÍA

Tema: Troncos de Pirámide y Cono

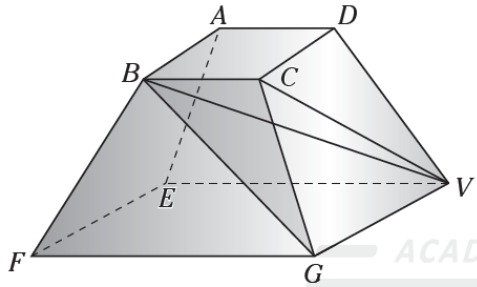
academiacesarvallejo.edu.pe

PROBLEMA 1

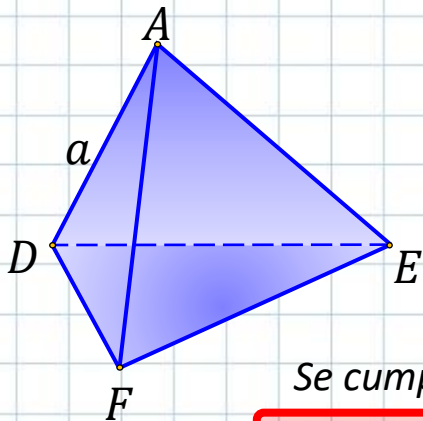
RESOLUCIÓN

En el gráfico se muestra un tronco de pirámide regular de aristas básicas a y b , y altura c . Calcule el volumen del sólido $V-BCG$.

Calcule el volumen del sólido $V-BCG = \sqrt{x}$

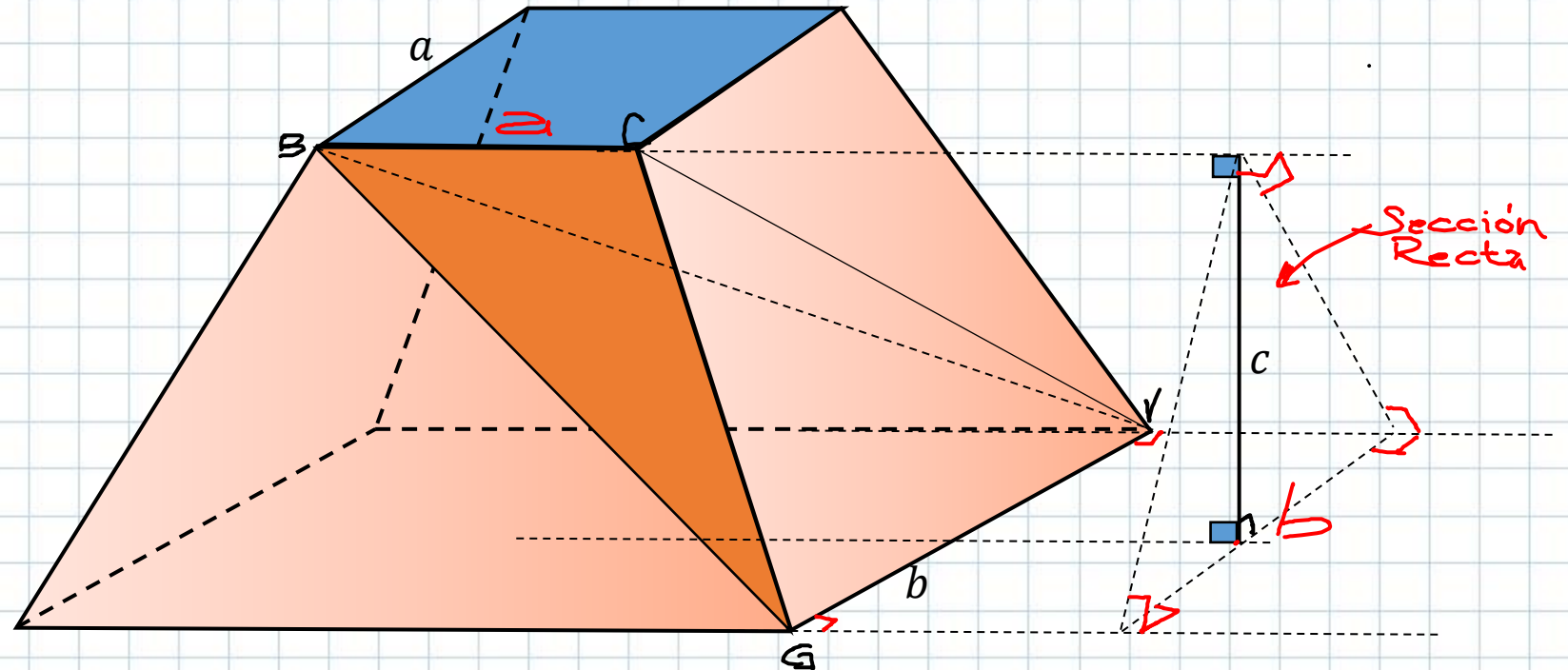


- A) $\frac{abc}{3}$
 B) $\frac{abc}{6}$
 C) $\frac{abc}{9}$
 D) $\frac{abc}{18}$
 E) $\frac{abc}{27}$



Se cumple:

$$V_{AEF-DEF} = (A_{S.R}) \frac{(a)}{3}$$



$$* \sqrt{x} = (A_{S.R}) \cdot \frac{a}{3} = \left(\frac{1}{2} \cdot b \cdot c \right) \cdot \frac{a}{3}$$

$$\therefore \sqrt{x} = \frac{abc}{6}$$

PROBLEMA 2

Una pirámide $V-ABC$ tiene un ángulo triedro trirectángulo en V . Si las áreas de las regiones VAC , VAB y VBC son S_1 , S_2 y S_3 , calcule el volumen de esa pirámide.

- A) $\sqrt{S_1 S_2 S_3}$ B) $\frac{1}{3} \sqrt{S_1 S_2 S_3}$ C) $\frac{1}{8} \sqrt{S_1 S_2 S_3}$
D) $\frac{1}{3} \sqrt{2 S_1 S_2 S_3}$ E) $\frac{1}{2} \sqrt{3 S_1 S_2 S_3}$

Datos:

$$A_{VAC} = S_1 = \frac{ab}{2}$$

$$A_{VAB} = S_2 = \frac{ac}{2}$$

$$A_{VBC} = S_3 = \frac{bc}{2}$$

$$\Rightarrow S_1 S_2 S_3 = \frac{(abc)^2}{8}$$

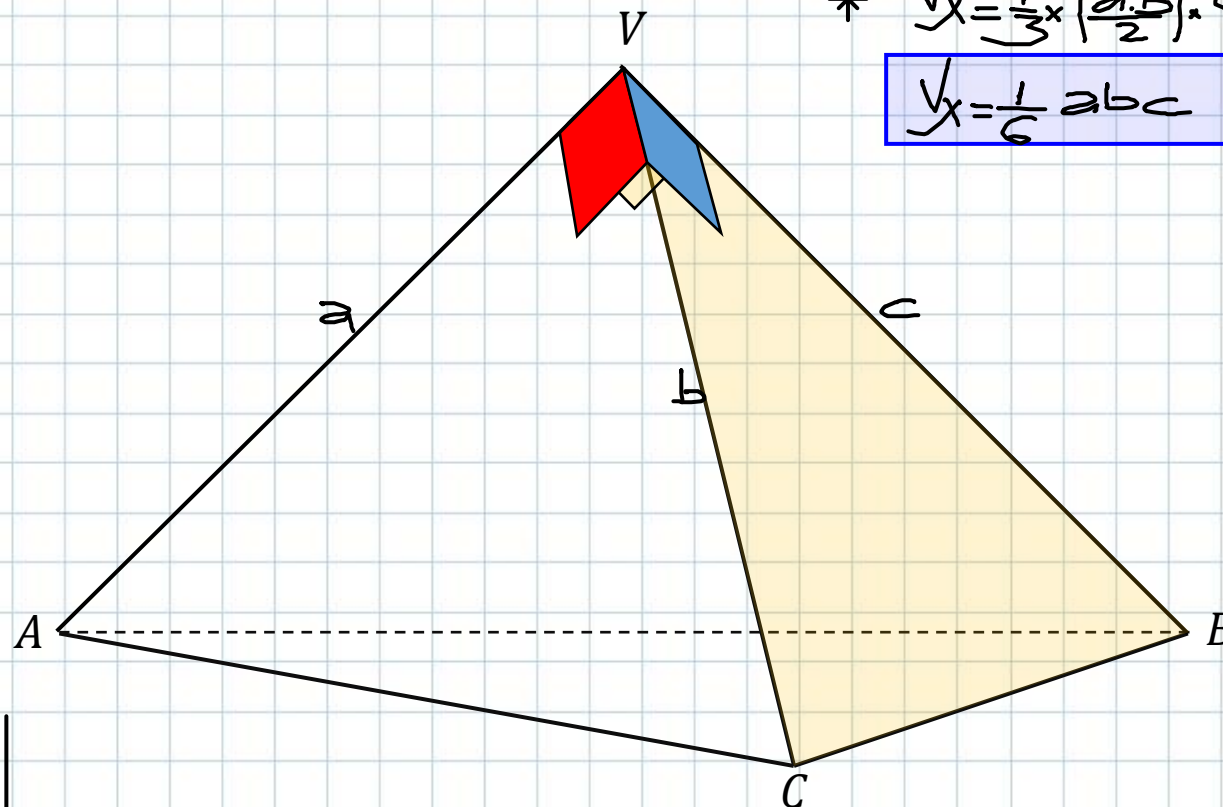
$$2\sqrt{2 S_1 S_2 S_3} = abc \dots (2)$$

RESOLUCIÓN

Calcule el volumen de la pirámide $V-ABC = \sqrt{x}$

$$* \sqrt{x} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{a \cdot b}{2} \right) \cdot c$$

$$\sqrt{x} = \frac{1}{6} abc \dots (1)$$



* (2) en (1):

$$\therefore \sqrt{x} = \frac{1}{3} \sqrt{2 S_1 S_2 S_3}$$

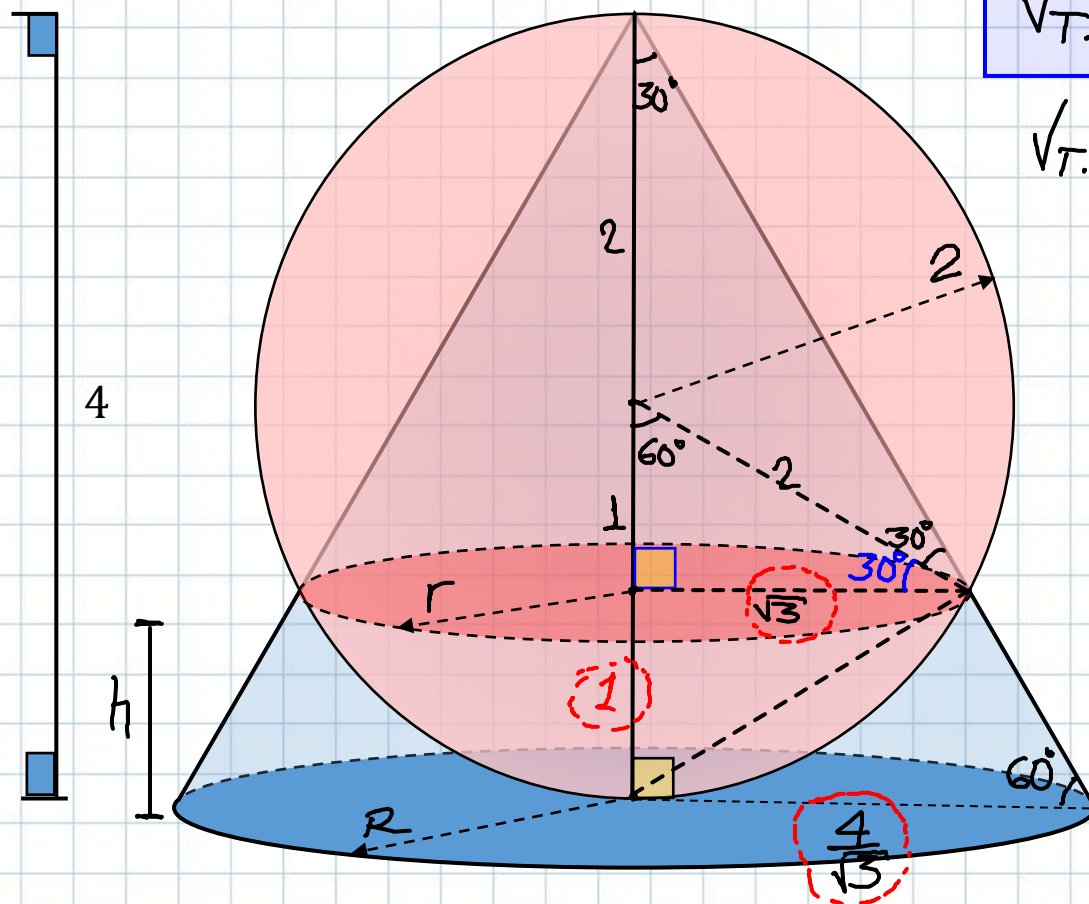
PROBLEMA 3

Se tiene un cono equilátero de altura igual a 4 m, si se toma como diámetro la altura del cono se construye una esfera. Calcule el volumen del tronco de cono que se determina.

- A) $\frac{35\pi}{8}$ B) $\frac{36\pi}{7}$ C) $\frac{37\pi}{9}$
D) $\frac{45\pi}{7}$ E) $\frac{38\pi}{5}$

RESOLUCIÓN

Calcule el volumen del tronco de cono determinado. $= V_{T.C}$



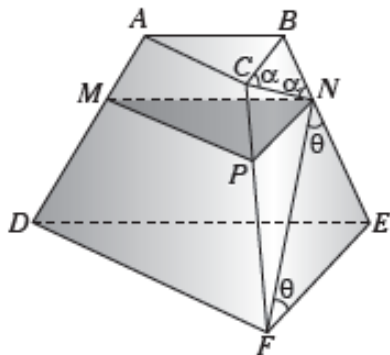
$$V_{T.C} = \frac{\pi h}{3} (r^2 + r^2 + Rr)$$

$$V_{T.C} = \frac{\pi}{3} (1) \left((1)^2 + \left(\frac{4}{\sqrt{3}} \right)^2 + \sqrt{3} \times \frac{4}{\sqrt{3}} \right)$$

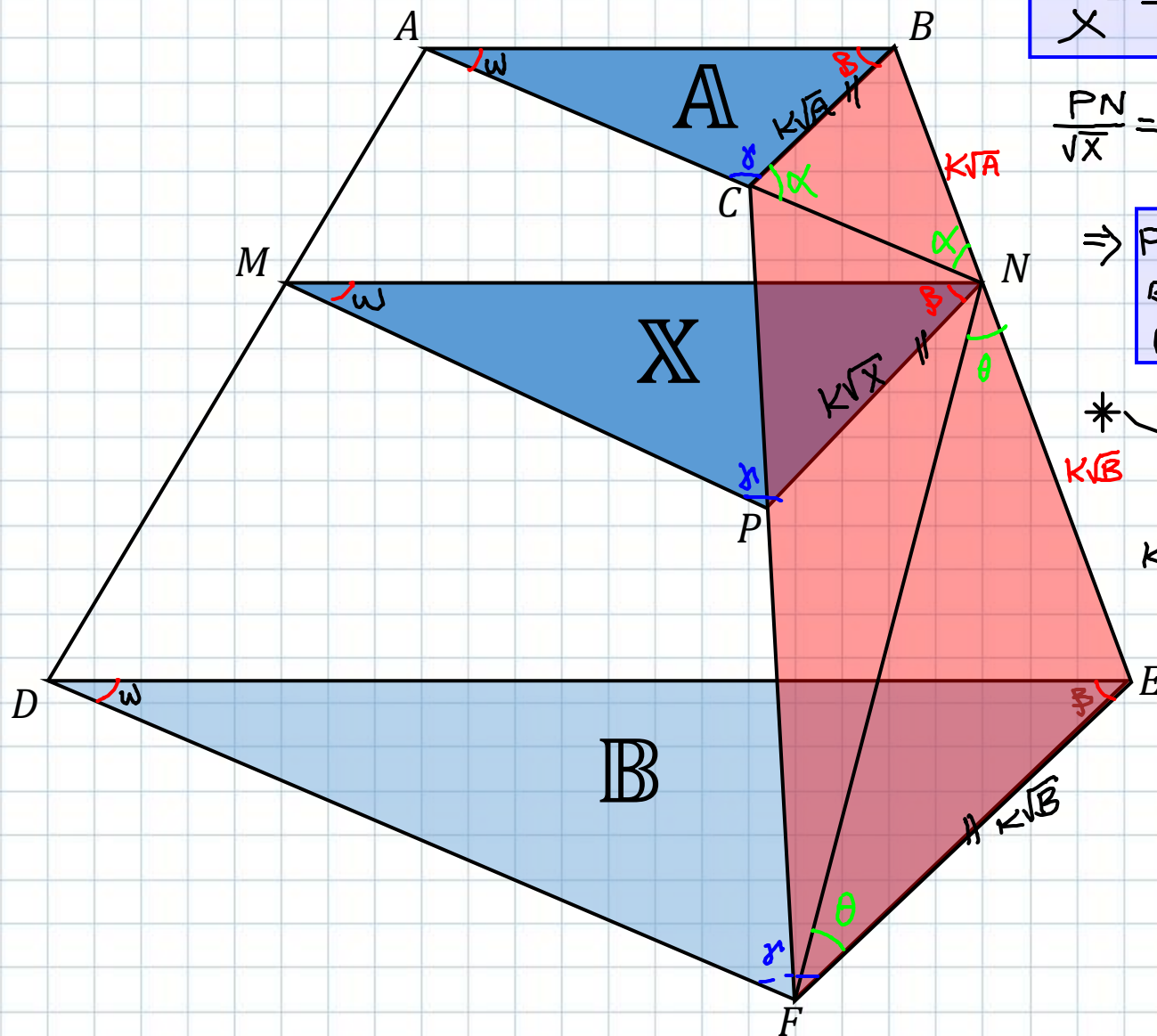
$$\therefore V_{T.C} = \frac{37\pi}{9}$$

PROBLEMA 4

En el tronco de pirámide mostrado, las áreas de las regiones paralelas ABC , MNP , DEF son A , X , B , respectivamente. Entonces podemos afirmar que



RESOLUCIÓN



* Por semejanza

$$\frac{(PN)^2}{X} = \frac{(BC)^2}{A} = \frac{(FE)^2}{B}$$

$$\frac{PN}{\sqrt{X}} = \frac{BC}{\sqrt{A}} = \frac{FE}{\sqrt{B}} = K$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} PN &= K\sqrt{X} \\ BC &= K\sqrt{A} \\ FE &= K\sqrt{B} \end{aligned}$$

* Semejanza: $\triangle CBF$ (Trapezio)

$$K\sqrt{X} = \frac{K\sqrt{A} \cdot K\sqrt{B} + K\sqrt{B} \cdot K\sqrt{A}}{K\sqrt{B} + K\sqrt{A}}$$

$$\therefore \frac{2}{\sqrt{X}} = \frac{1}{\sqrt{A}} + \frac{1}{\sqrt{B}}$$

- A) $\sqrt{X} = \sqrt{A} + \sqrt{B}$
- B) $\frac{1}{\sqrt{X}} = \frac{1}{\sqrt{A}} + \frac{1}{\sqrt{B}}$
- C) $X = \sqrt{\sqrt{A} + \sqrt{B}}$
- D) $\frac{2}{\sqrt{X}} = \frac{1}{\sqrt{A}} + \frac{1}{\sqrt{B}}$
- E) $X = \sqrt{A \cdot B}$

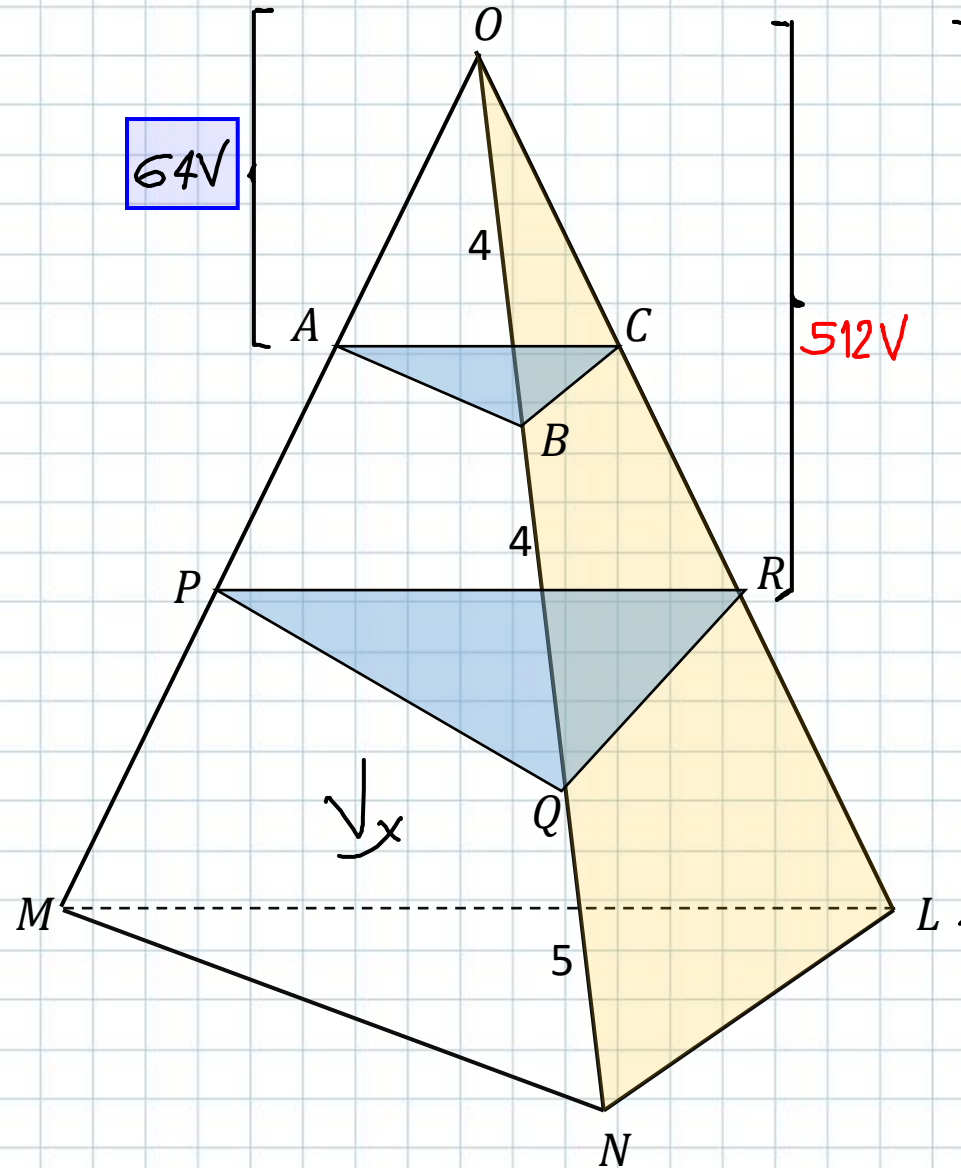
PROBLEMA 5

Una pirámide $O-MNL$ es intersecada con 2 planos paralelos a la base, uno de ellos determina la sección PQR ($P \in \overline{MO}$ y $Q \in \overline{ON}$) y el otro plano determina la sección ABC ($A \in \overline{OP}$ y $B \in \overline{OQ}$). El volumen $O-ABC = 64V$, $OB = BQ = 4$ y $QN = 5$, calcule el volumen del sólido $PQRMNL$.

- A) 1681 V • B) 1685 V C) 1678 V
D) 1768 V E) 1756 V

RESOLUCIÓN

Calcule el volumen del sólido $PQR - MNL = V_x$



* Similitud

$$\text{Líneas } 4 : 8 : 13$$

$$\text{Volúmenes } 4^3 : 8^3 : (13)^3$$

$$\Rightarrow 64V : 512V : 2197V$$

$$2197V$$

* Luego

$$V_x + 512V = 2197V$$

$$\therefore V_x = 1685V$$

PROBLEMA 6

En un tronco de cono recto $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son diámetros paralelos de sus bases de base menor y mayor respectivamente. Siendo $\overline{CA}$ una generatriz, en AB se ubica un punto M , tal que $m\angle CAM = m\angle CMD = 120^\circ$. Calcule el área de la superficie lateral de dicho sólido. Si $AM=2$ y $BM=8$.

- A) 50π B) 64π C) 24π
 D) 48π E) 36π

$$A_{s.L} = \pi g (R + r)$$

obs: $r = 5$

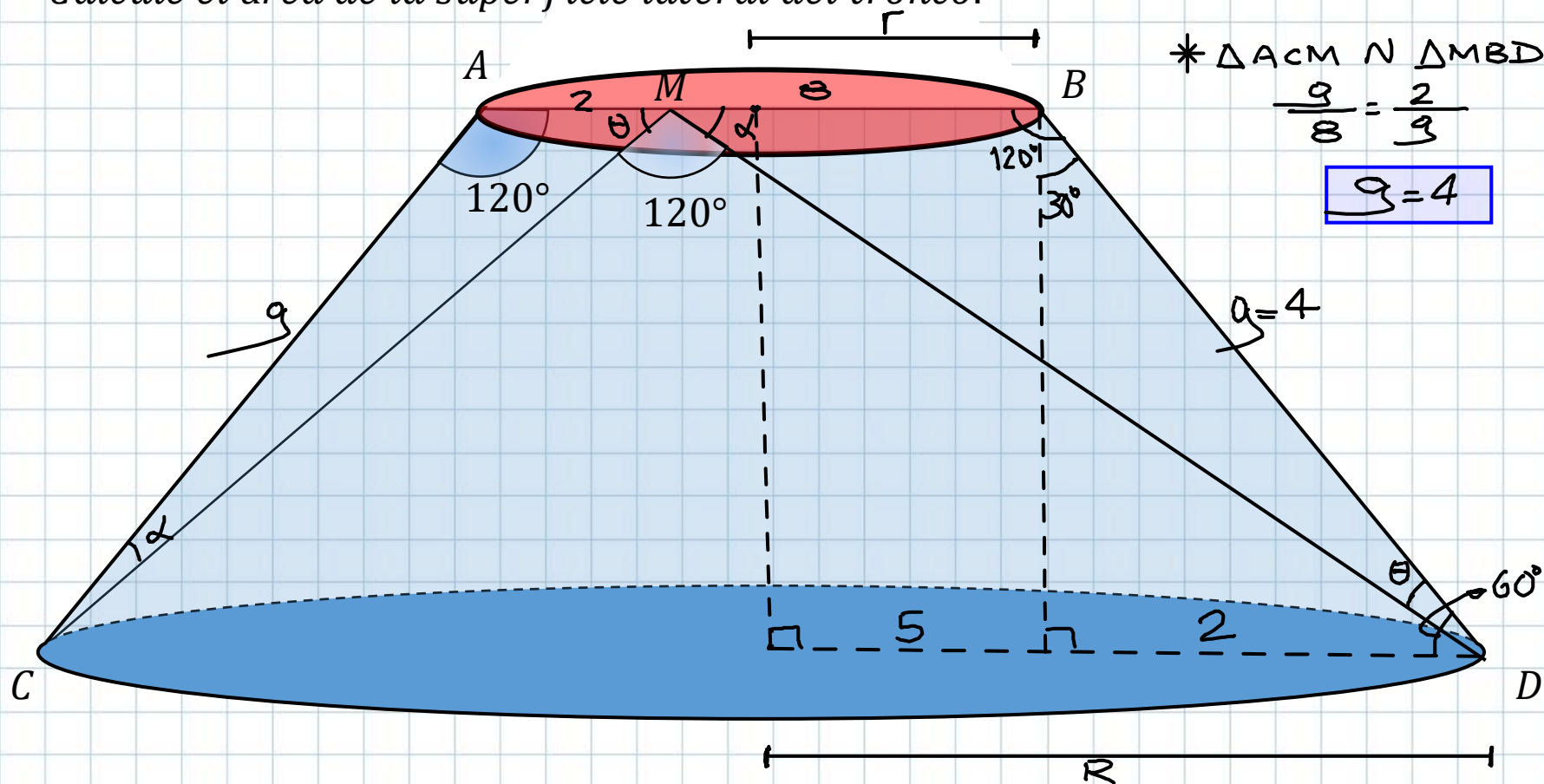
$g = 4$

$R = 7$

$$\therefore A_{s.L} = 48\pi$$

RESOLUCIÓN

Calcule el área de la superficie lateral del tronco.



PROBLEMA 7

El volumen de un tronco de revolución es V . Si una de sus bases es también base del cilindro de revolución inscrito en dicho tronco, calcule el volumen de dicho cilindro sabiendo que es equivalente al cono deficiente.

- A) $\frac{23V}{37}$ B) $\frac{26V}{37}$ C) $\frac{29V}{37}$
D) $\frac{25V}{37}$ • E) $\frac{27V}{37}$

RESOLUCIÓN

Calcule el volumen del cilindro. $= \sqrt{x}$

Cono deficiente

* DATO Cono es equivalente al cil.
 $\Rightarrow V_{\text{cono}} = V_{\text{cil}} = 12 \times H$

* Similitud de Conos

$$\frac{\sqrt{x}}{V + \sqrt{x}} = \frac{(3H)^3}{(4H)^3}$$
$$\therefore \sqrt{x} = \frac{27V}{37}$$

Vol. Tronco de Cono

The diagram illustrates a frustum of a cone with a top circular base of radius 12 and a bottom circular base of radius 4. The total height of the frustum is 4H. A cylinder is inscribed within the frustum, sharing the bottom base of radius 4 and having a height of H. The top of the cylinder is a circle of radius 12. The volume of the frustum is V. The volume of the cylinder is $\sqrt{x}$. The top part of the frustum, above the cylinder, is a smaller frustum with a top radius of 12 and a bottom radius of 4, and a height of 3H. This smaller frustum is labeled as a 'deficient cone' (cono deficiente). The total height of the original cone is 4H. The diagram shows the cylinder's top surface is a circle of radius 12, matching the top base of the frustum. The cylinder's bottom surface is a circle of radius 4, matching the bottom base of the frustum. The height of the cylinder is H. The height of the frustum is 4H. The volume of the frustum is V. The volume of the cylinder is $\sqrt{x}$. The volume of the smaller frustum above the cylinder is also $\sqrt{x}$. The total volume of the original cone is $V + \sqrt{x}$. The diagram also shows the radius of the top base is 12 and the radius of the bottom base is 4. The height of the cylinder is H and the height of the frustum is 4H. The volume of the cylinder is $\sqrt{x}$. The volume of the frustum is V. The volume of the smaller frustum is $\sqrt{x}$. The total volume of the original cone is $V + \sqrt{x}$.

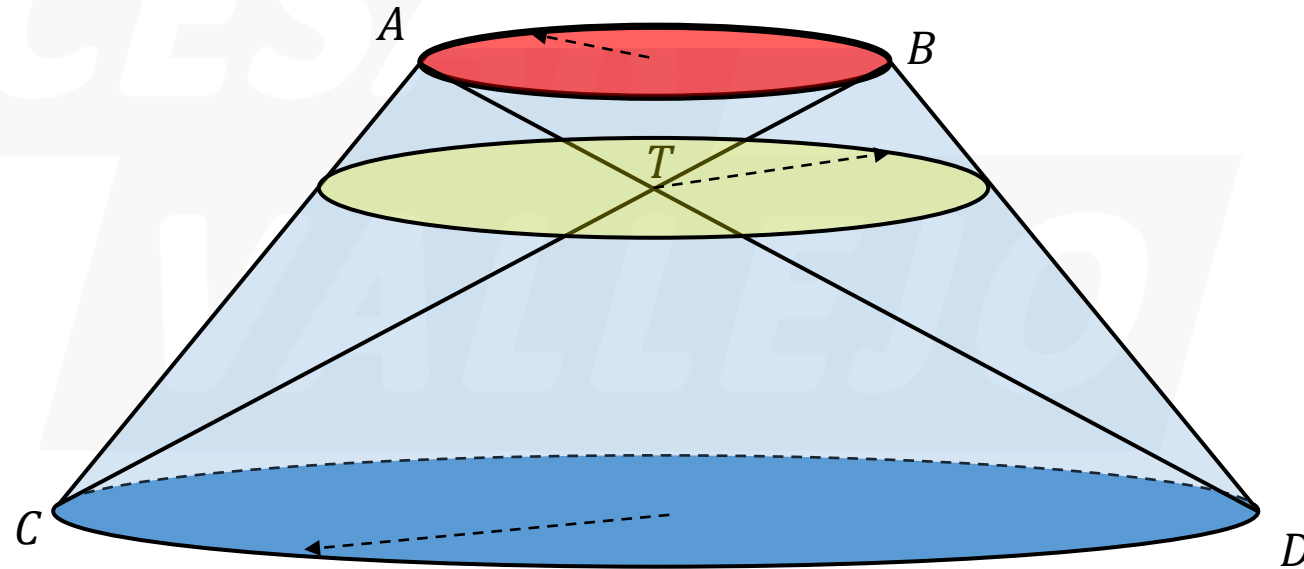
PROBLEMA 8

En un tronco cono de revolución los diámetros AB y CD de las bases miden 6 cm y 12 cm; $\overline{AD} \cap \overline{BC} = \{T\}$. Calcule la razón de los volúmenes de los sólidos determinados por un plano paralelo a las bases y que contiene al punto T .

- A) 37/152 B) 40/171 C) 1/5
D) 1/3 E) 39/154

RESOLUCIÓN

Calcule la razón de volúmenes de los troncos determinados.





GRACIAS

SÍGUENOS:   

academiacesarvallejo.edu.pe